היטלים

# הגדרה

יהי V עם ו. לכל נגדיר היטל של v ע"י

## הערה

הוא מקדם פוריה(של v ביחס לw).

# משפט

## הוכחה

## תוצאה

אם ו ו אזי

# משפט

יהיו V עם , תת מרחב ו קבוצה אורתוגונלית כך ש. יהי . אזי מתקיים לכל ו

## הוכחה

### למה

מקיים לכל אם ורק אם לכל – תרגיל

#### הערה

זה מתקיים גם אם אינם אורתוגונלים ורק

### המשך ההוכחה

⇦ מתקיים

# הגדרה

יהיו V עם , תת מרחב ו קבוצה אורתוגונלית פורשת את W. נגדיר היטל של על W ע"י

# תוצאה מהמשפט

מתקיים

# משפט(קירוב הטוב ביותר)

יהיו V, , אורתוגונליים. יהי . לווקטור יש נורמה מינימלית בין כל הווקטורים מהצורה כך ש

כלומר: לכל סקלרים מתקיים:  
כאשר

# הגדרה

יהיו תת מרחב. נגדיר מרחק בין וW ע"י

### תוצאה

## הוכחה

נתבונן ב ומתקיים

## הערה

שוויון מתקיים רק אם לכל i.

# (תרגיל) - משפט(אי שוויון של Besel)

יהיו V עם , קבוצה אורתונורמלית ו. מתקיים כאשר

# הערה

יהיו תת מרחב ו.  
 הוא ווקטור יחיד בW כך ש לכל .

בסיסים אורתוגונליים(או אורתונורמליים)

# הגדרה

בסיס נקרא אורתוגנלי(או אורתונורמלי) אם אורתוגונליים(או אורתונורמליים)

## הערה

בסיס אותרוגונלי אזי בסיס אורתונורמלי כאשר

# משפט

יהי V עם ו אזי בסיסים אורתוגונליים קיימים.

# תהליך גרם-שמידט(Gram-Shmmidt)

יהי בסיס. נגדיר:  
*מתקיים: . נמשיך – נגדיר את כך שיתקיים :  
זה עובד רק בגלל שהבטחנו קודם שיתקיים . נכתוב מקרה כללי:*

## הערות

1. מטריצת מעבר מ ל היא משולשת עליונה.
2. לכל מתקיים
3. גרם-שמידט ביחד עם סילוק של ווקטורים אפסיים נותן בסיס אורתוגונלי ל
4. כל קבוצה אורתוגונלית של ווקטורים שונים מ0 אפשר להשלים עד לבסיס אורתונוגלי.

אם אורתוגונליים ו אזי קיימים , כך ש בסיס אורתוגונלי.

## הוכחה

בת"ל ⇦ אפשר להשלום אותם עד לבסיס . גרם שמידט על נותן בלי שינוי, ובסוף נקבל בסיס אורטוגונלי.

# הוכחה למשפט

יהיו V עם ו, תת מרחב. מתקיים

## הוכחה

(הוכחנו )

נוכיח ש  
נבחר בסיס אורתוגונלי לW. נשלים עד לבסיס אורתוגונלי של V בעזרת ווקטורים . אזי שכן ⇦ – ונשאר רק למצוא מימדים:  
מזה נובע שאם אזי או או ⇦

## הערה

מתקיים כאשר ו